

Utilizzo della regressione non lineare in Minitab: modellizzazione del processo di diffusione in una lampada a scarica ad alta intensità.

Un team di progettazione della Philips Turnhout, impegnato a testare la qualità e l'affidabilità delle lampade a scarica ad alta intensità, ha utilizzato il modello di regressione non lineare implementato in Minitab per descrivere i processi chimici che caratterizzano una nuova generazione di prodotti.

*Di P. Watté, Philips Innovative Applications, Global Technology and Development HID & SL, Belgium:
<http://www.minitab.com/en-us/Published-Articles/Using-Nonlinear-Regression-in-Minitab-to-Model-Diffusion-in-a-High-Intensity-Discharge-Lamp/>
Versione italiana a cura di Luca Biasibetti.*

INTRODUZIONE

Alla Philips Turnhout, Minitab, è ampiamente utilizzato per effettuare diverse tipologie di calcolo al fine di verificare e dimostrare la qualità e l'affidabilità delle lampade a scarica ad alta intensità. Di recente uno dei team di progettazione ha sfruttato le funzioni di model fitting offerte da Minitab (in particolare la regressione non lineare) per studiare la chimica all'interno del bruciatore di una nuova generazione di lampade. Minitab è in grado infatti di rendere procedure complesse di adattamento e interpolazione dei dati molto accessibili per ogni tipo di utente.

Philips ha sviluppato un nuovo tipo di lampade a scarica ad alta intensità appartenente alla nota gamma "Philips Mastercolour Evolution". Il design rivoluzionario utilizza riempimenti composti da alogenuri metallici insaturi. Nelle generazioni precedenti, come sostanza di riempimento, veniva utilizzato il sale che alterava però le prestazioni della lampada. Il nuovo design elimina questo problema, fornendo una "luce pulita" e una maggiore durata della lampada stessa in quanto non vi è quasi alcuna corrosione dell'ossido di alluminio del bruciatore. La Figura 1 mostra la lampada oggetto di studio: lampada Mastercolour Evolution T 35 W con base in ceramica. Il tubo di scarica ha delle spine estese molto più piccole di una classica lampada HID.



Figura 1: Lampada Mastercolour Evolution T 35 W. Il bruciatore è la componente sferica all'interno dell'involucro in quarzo della lampada.

ESPOSIZIONE DEL PROBLEMA

Il bruciatore (parte sferica all'interno della lampada in cui viene generato il plasma), è realizzato in ossido di alluminio policristallino e viene prodotto mediante stampaggio a iniezione. Sfortunatamente, alcuni elementi possono diffondersi fuori dalla matrice del bruciatore come ossidi e reagire con il riempimento salino. Nelle nuove lampade insature, questo è un problema critico. In questo articolo, discuteremo come è stato affrontato il problema della diffusione di un particolare elemento (denominato elemento "X") fuoriuscito dalla parete del tubo di scarica.

SPETTROSCOPIA AD ALTA RISOLUZIONE

Il tubo di scarica di una lampada può raggiungere temperature relativamente elevate dell'ordine dei 1500 - 1900 K. Queste elevate temperature provocano la diffusione degli ossidi e di altri elementi fuori dalla matrice del bruciatore. La quantità di questi elementi nel processo di scarica non può essere valutata direttamente. E' possibile invece effettuare una valutazione indiretta mediante spettroscopia ad alta risoluzione. Effettuando un ingrandimento su una delle linee spettrali presenti nello spettro ad alta risoluzione, possiamo stimare la presenza dell'elemento X nella scarica (Figura 2).

La fuoriuscita dell'elemento X dalla matrice del bruciatore è regolata da un coefficiente di diffusione dipendente dalla temperatura. Facendo una scelta appropriata delle linee spettrali (abbiamo normalizzato una linea spettrale di X rispetto ad una linea spettrale di Hg; Figura 3), il valore X/Hg si adatta alla funzione di errore complessa $erfc(x)$, che rappresenta anche la soluzione generale di un'equazione di diffusione. Sono state considerate sei lampade Evolution da 35 W dopo 100, 500, 1000, 2000, 4000, 6000, 8000 e 10000 ore. Il Boxplot dei valori X/Hg è illustrato in Figura 4. Abbiamo utilizzato questi dati per fittare una funzione di errore complessa. Alcuni software matematici sono in grado di eseguire questa operazione. Quest'ultima però diventa piuttosto onerosa e complessa se si desidera considerare anche dei limiti di confidenza per il fitting.

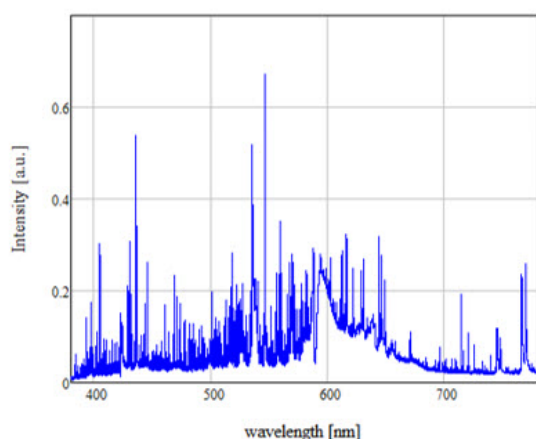


Figura 2: Spettro ad alta risoluzione (HRS) della lampada Mastercolour Evolution 35W T.

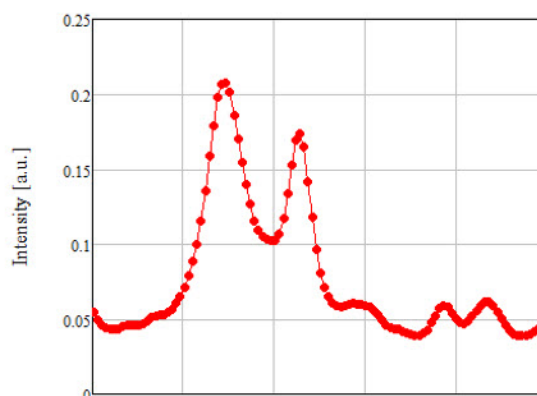


Figura 3: Zoom di una linea dello spettro di X nello spettro ad alta risoluzione. Abbiamo omesso di proposito la scala della lunghezza d'onda.

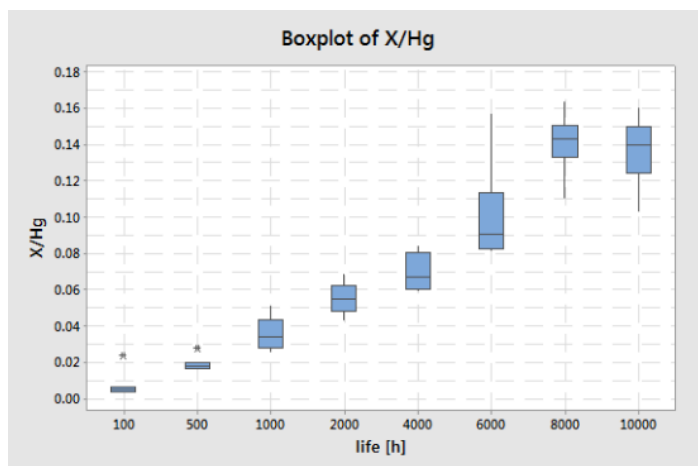


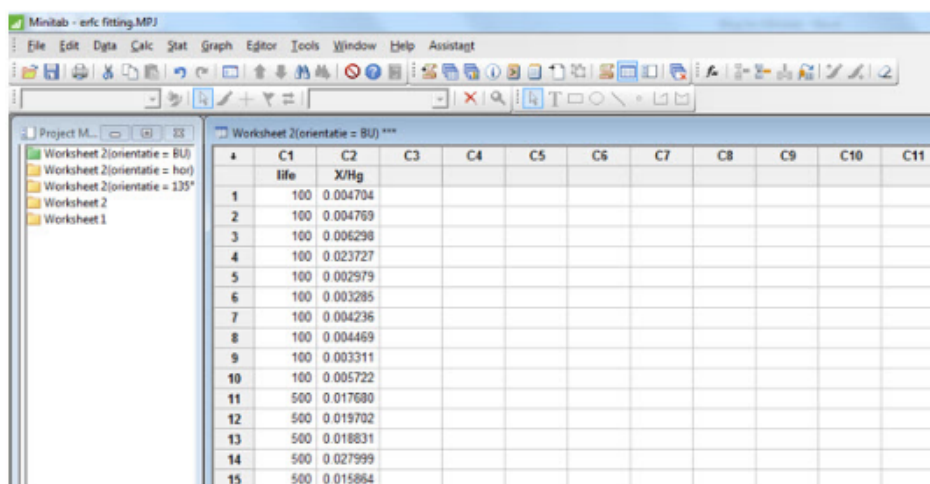
Figura 4: (Boxplot) evoluzione della linea ottica sottile di X (normalizzata rispetto ad Hg) in funzione del tempo di vita della lampada. Ogni “box” rappresenta 6 lampade.

DATA FITTING IN MINITAB

I dati rinvenuti dalla spettroscopia ad alta risoluzione sono stati memorizzati in due colonne di un foglio di lavoro Minitab (Figura 5). La prima colonna contiene le ore di vita della lampada a cui è stata eseguita la misurazione. I valori della seconda colonna rappresentano invece l'altezza dei valori registrati X/Hg . Minitab non possiede la funzione degli errori complessa ($erfc(x)$), ma, per calcolarne un valore approssimato, è possibile utilizzare la formula di Abramowitz e Stegun:

$$erfc(x) \cong \frac{3 \times \exp(-x^2)}{2 \times \sqrt{\pi \times x^2} + \sqrt{\pi \times x^2 + 9}}$$

Equazione 1



| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 | C9 | C10 | C11 |
|----|------|----------|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
| 4 | life | X/Hg | | | | | | | | | |
| 1 | 100 | 0.004704 | | | | | | | | | |
| 2 | 100 | 0.004769 | | | | | | | | | |
| 3 | 100 | 0.006298 | | | | | | | | | |
| 4 | 100 | 0.023727 | | | | | | | | | |
| 5 | 100 | 0.002979 | | | | | | | | | |
| 6 | 100 | 0.003285 | | | | | | | | | |
| 7 | 100 | 0.004236 | | | | | | | | | |
| 8 | 100 | 0.004469 | | | | | | | | | |
| 9 | 100 | 0.003311 | | | | | | | | | |
| 10 | 100 | 0.005722 | | | | | | | | | |
| 11 | 500 | 0.017680 | | | | | | | | | |
| 12 | 500 | 0.019702 | | | | | | | | | |
| 13 | 500 | 0.018831 | | | | | | | | | |
| 14 | 500 | 0.027999 | | | | | | | | | |
| 15 | 500 | 0.015864 | | | | | | | | | |

Figura 5: Disposizione dei dati nel foglio di lavoro Minitab. La colonna C1 contiene le ore di vita della lampada a cui è stata eseguita la misurazione HRS. La colonna C2 contiene invece i dati sul rapporto tra le linee ottiche sottili X/Hg.

Per eseguire il fitting della funzione *erfc* abbiamo selezionato il menù **Stat Regression > Nonlinear Regression**. L'equazione della funzione interpolante deve essere inserita nell'apposita finestra proposta. La sintassi di Minitab è tale che i parametri di interpolazione debbano essere inseriti come θ_1 e θ_2 (Figura 6).

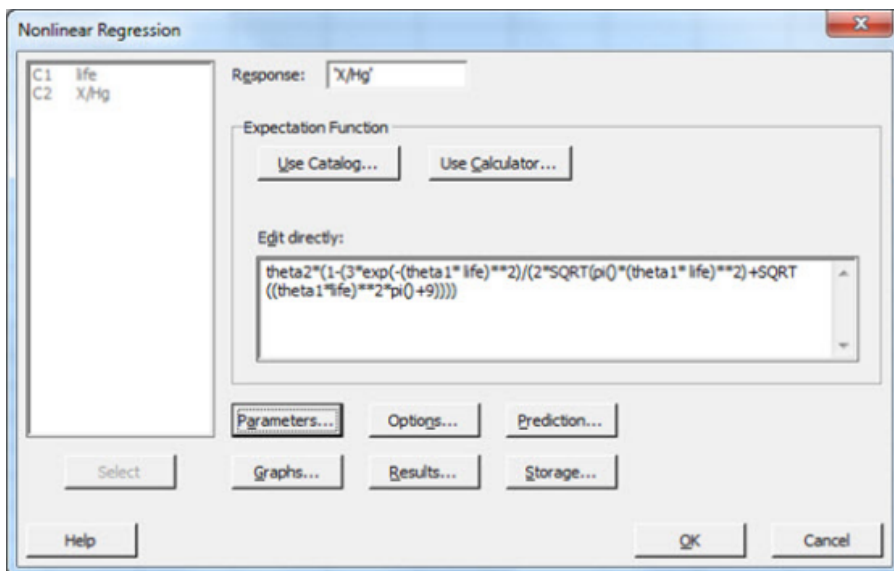


Figura 6: La fit function (contenente la funzione di errore complessa) viene inserita direttamente nella finestra Expectation Function.

Quando si inserisce la fit function, è importante inserire il numero corretto di parentesi. Il fitting verrà eseguito utilizzando la seguente funzione:

$$fit \cong \theta_2 \times \left[1 - \frac{3 \times \exp(-(\theta_1 x)^2)}{2 \times \sqrt{\pi \times (\theta_1 x)^2} + \sqrt{\pi \times (\theta_1 x)^2 + 9}} \right]$$

Equazione 2

Cliccando su "OK", Minitab richiede di immettere due valori stimati per i parametri di adattamento θ_1 e θ_2 . Questi valori iniziali verranno utilizzati nell'algorithm scelto (algoritmi di Levenberg-Marquardt o Newton-Gauss) per trovare i valori di adattamento ottimali. L'output grafico è illustrato in Figura 7.

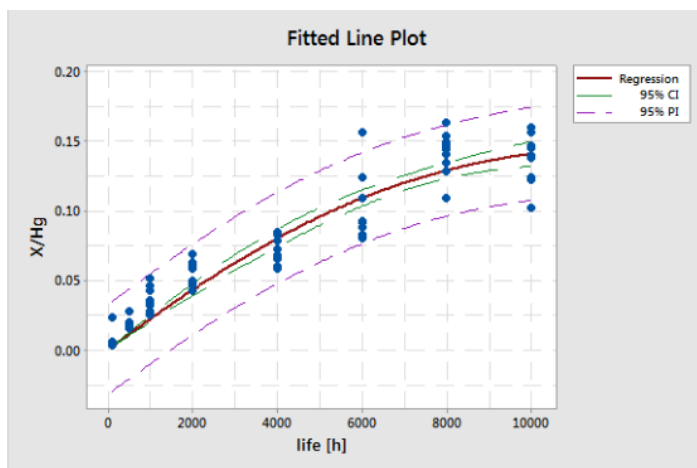


Figura 7: Adattamento della funzione di fitting dell'Equazione 2 ai dati HRS della lampada CDM Mastercolour Evolution 35W in funzione della durata.

Infine, i residui, possono anche essere rappresentati con un Normal Probability Plot o un Istogramma. Per un adattamento di buona qualità, i residui dovrebbero seguire una distribuzione normale. Come illustrato nelle Figure 8 e 9, notiamo che in questo caso quest’ultima considerazione è soddisfatta.

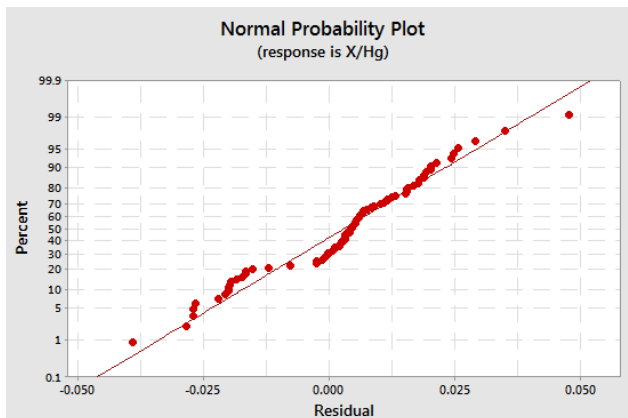


Figura 8: Normal Probability Plot dei residui.

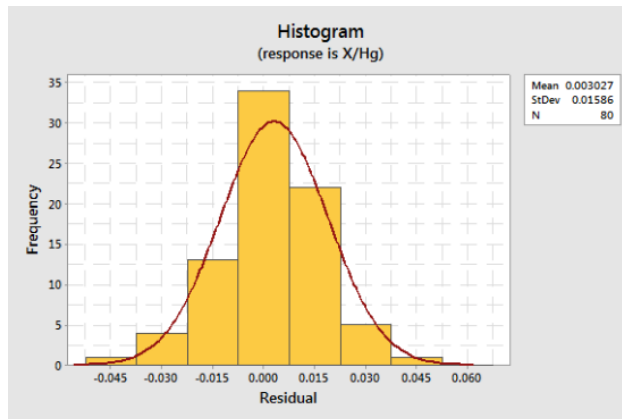


Figura 9: Istogramma dei residui.

La Figura 10 mostra invece la finestra di sessione che appare dopo il fitting. In questa finestra vengono elencati i parametri di fitting, il loro SE sulla stima, nonché un controllo per la mancanza di corretto adattamento. Mostra inoltre l’algoritmo utilizzato (in questo caso l’algoritmo di Newton-Gauss) per ottimizzare l’adattamento. Con i valori iniziali di $\theta_1 = 0,005$ e $\theta_2 = 0,18$, la soluzione è stata ottenuta dopo 11 iterazioni.

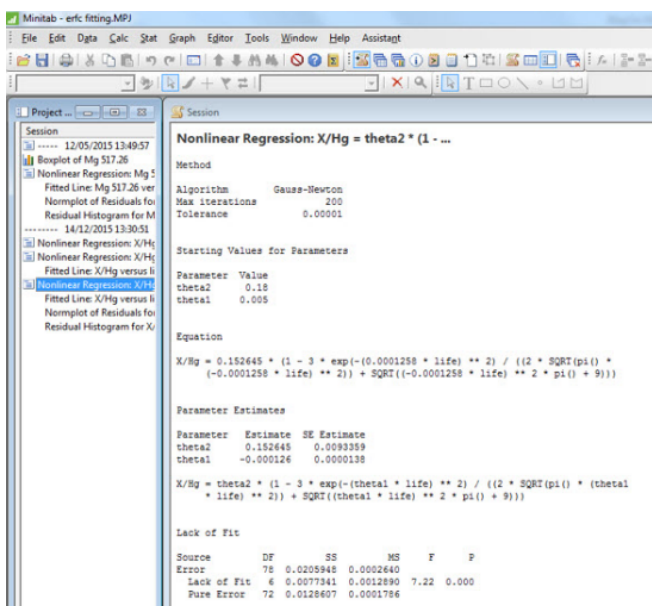


Figura 10: Output della finestra di Sessione.

CONCLUSIONE

Minitab è ampiamente utilizzato per verificare e dimostrare la qualità e l'affidabilità delle lampade a scarica ad alta intensità di Philips Turnhout. Come ampiamente discusso, un team di progetto ha utilizzato la regressione non lineare per comprendere i fenomeni chimici all'interno del bruciatore di una nuova generazione di lampade. Il team ha scoperto inoltre che la regressione non lineare di Minitab rende avanzate procedure di fitting molto accessibili.

BIBLIOGRAFIA

- 1 M. Abramowitz and I. Stegun, “Handbook of mathematical functions”, Nat. bureau of standards, Appl Mathematics series, 55, (1972), p 299.