

# Ipotesi per la realizzazione di un modello matematico per l'analisi di efficacia di Sistemi Qualità

S. Gorla (\*), R. Bergami (\*\*), R. Grassi (\*\*\*), con il contributo del prof. A. Zanella (\*\*\*\*)

(\*) Responsabile Qualità e Certificazione Citroën Italia S.p.A. e consigliere di giunta AicqCN, (\*\*) Citroën Italia S.p.A.

(\*\*\*) Consultec, (\*\*\*\*) Professore dell'Università Cattolica del S. Cuore di Milano

L'implementazione e la certificazione di un Sistema Qualità dovrebbe permettere alle aziende di creare un sistema organizzativo adeguato ed efficace.

Ma tale Sistema Qualità è veramente adeguato all'organizzazione e ne permette il miglioramento, come cita la norma UNI EN ISO 9001:2000 (§ 4.1)? (cfr. articolo rivista Qualità *Applicazione di metodi statistici per la verifica di Sistemi Qualità in società di servizi*. S. Gorla et al.)

Ci siamo posti il problema se è possibile creare un modello matematico – statistico che ci permetta di verificare l'adeguatezza e l'efficacia di un Sistema Qualità, per il raggiungimento degli obiettivi prefissati, in funzione delle Non Conformità rilevate.

Per fare questo abbiamo cercato di definire un peso ad ogni punto della norma creando una correlazione con il modello di eccellenza EFQM e la norma ISO 9001:2000 come illustrato in figura 1, i triangoli colorati rispecchiano i capitoli della norma. In particolare: in rosso la Responsabilità della Direzione, in giallo la Gestione Risorse, in blu la Realizzazione del Prodotto ed in verde la Misurazione, Analisi e Miglioramento,

## CORRELAZIONE TRA ISO/EFQM

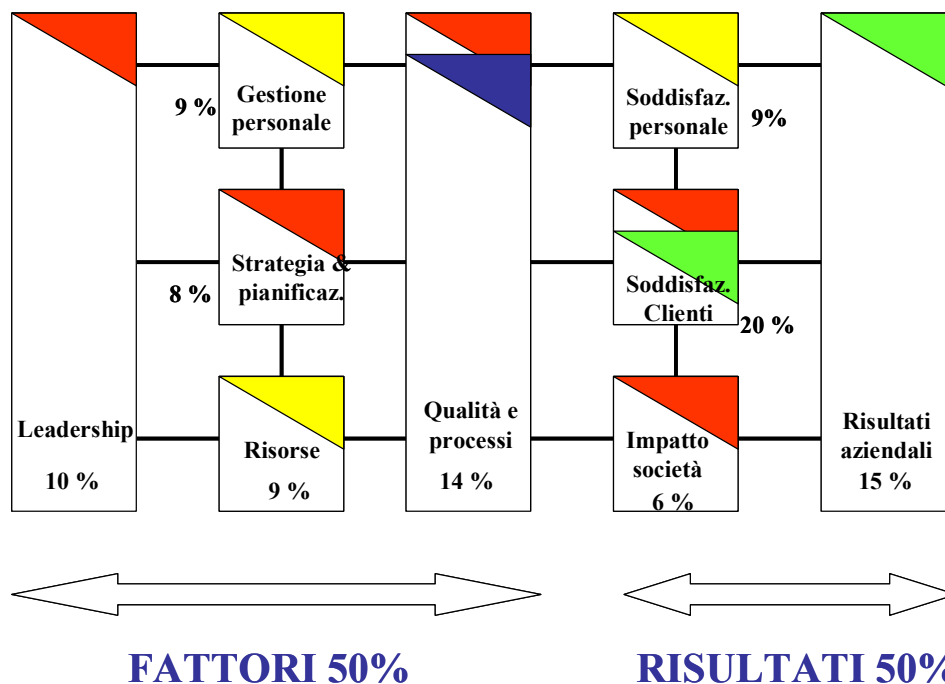


figura 1: correlazione tra EFQM e norma ISO 9001:2000: in rosso il capitolo 5, in giallo il capitolo 6, in blu il capitolo 7 ed in verde il capitolo 8.

Dall'analisi fatta, sono emersi dei pesi per capitolo della norma, come illustrato nella figura 2, e dei pesi per ogni punto su punto come da figura 3. In figura 4 è rappresentato il Pareto relativo.

## PESI PUNTI NORMA ISO 9001

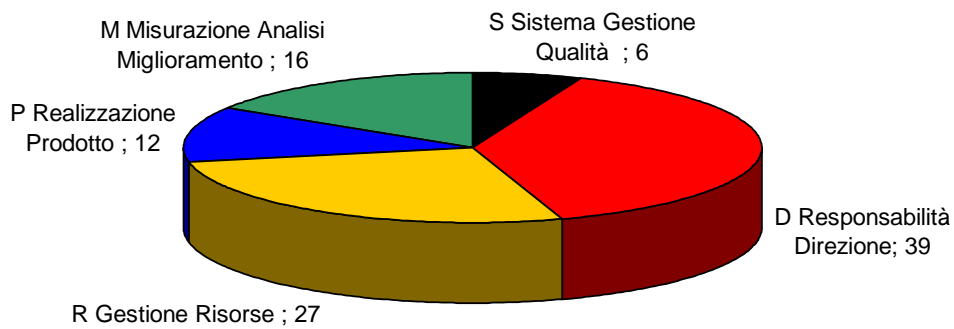


figura 2: pesi relativi ai capitoli della norma ISO 9001:2000.

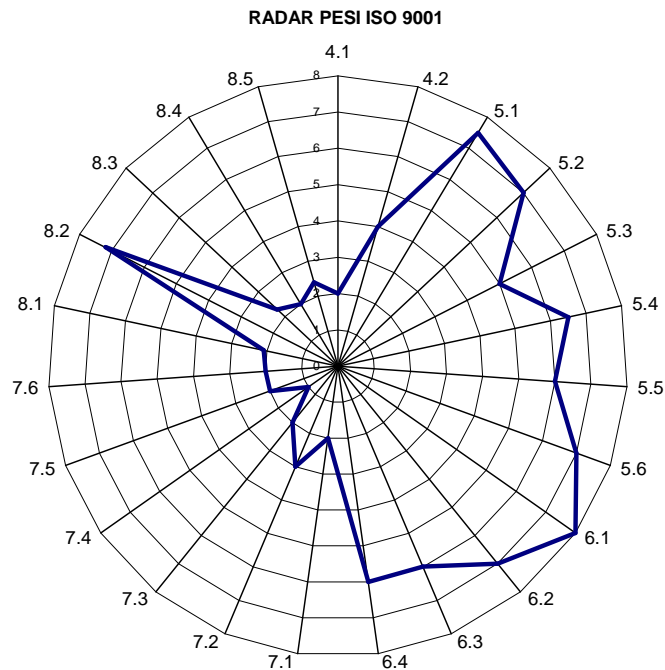


figura 3: pesi relativi ai punti della norma ISO 9001:2000.

PARETO ISO 9001

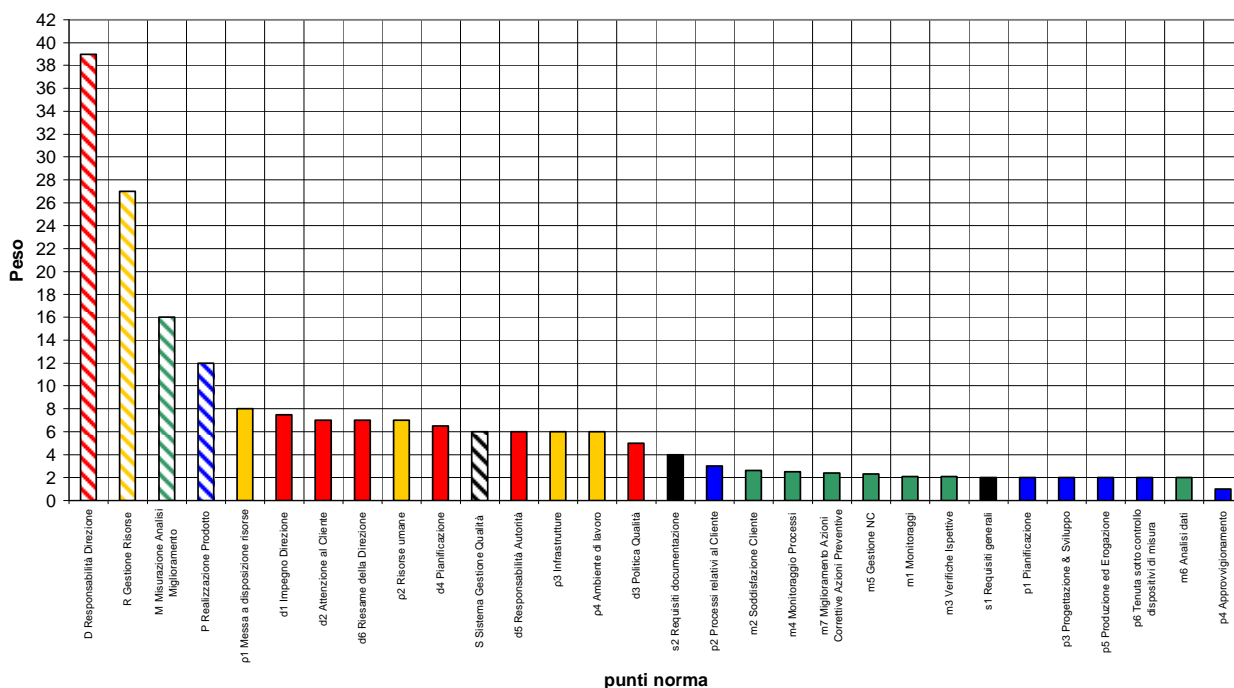


figura 4: Pareto relativo ai punti della norma ISO 9001:2000.

Riportiamo, nella tabella seguente, i capitoli della norma, i relativi punti, ed alcuni sottopunti, con i relativi pesi (per facilitare la comprensione delle formule che seguiranno, ogni punto è indicato con una lettera greca ed il suo capitolo con la stessa lettera greca maiuscola).

Parametro (variabile)	Capitolo	Peso
<b>S</b>	<b>4.0 Sistema Gestione Qualità</b>	<b>6</b>
$\sigma_1$	4.1 Requisiti generali	2
$\sigma_2$	4.2 Requisiti documentazione	4
<b><math>\Delta</math></b>	<b>5.0 Responsabilità Direzione</b>	<b>39</b>
$\delta_1$	5.1 Impegno Direzione	7,5
$\delta_2$	5.2 Attenzione al Cliente	7
$\delta_3$	5.3 Politica Qualità	5
$\delta_4$	5.4 Pianificazione	6,5
$\delta_5$	5.5 Responsabilità Autorità	6
$\delta_6$	5.6 Riesame della Direzione	7
<b>P</b>	<b>6.0 Gestione Risorse</b>	<b>27</b>
$\rho_1$	6.1 Messa a disposizione	8
$\rho_2$	6.2 Risorse umane	7
$\rho_3$	6.3 Infrastrutture	6
$\rho_4$	6.4 Ambiente di lavoro	6
<b><math>\Pi</math></b>	<b>7.0 Realizzazione Prodotto</b>	<b>12</b>
$\pi_1$	7.1 Pianificazione	2
$\pi_2$	7.2 Processi relativi al Cliente	3
$\pi_3$	7.3 Progettazione & Sviluppo	2

$\pi_4$	7.4 Approvvigionamento	1
$\pi_5$	7.5 Produzione ed Erogazione	2
$\pi_6$	7.6 Tenuta sotto controllo dispositivi di misura	2
<b>M</b>	<b>8.0 Misurazione Analisi Miglioramento</b>	<b>16</b>
$\mu_1$	8.2 Monitoraggi	2,1
$\mu_2$	8.2.1 Soddisfazione Cliente	2,6
$\mu_3$	8.2.2 Verifiche Ispettive	2,1
$\mu_4$	8.2.3 Monitoraggio Processi	2,5
$\mu_5$	8.3 Gestione NC	2,3
$\mu_6$	8.4 Analisi dati	2
$\mu_7$	8.5 Miglioramento Azioni Correttive Azioni Preventive	2,4

Tabella1: pesi dei capitoli e dei punti della norma con alcuni sottopunti.

Il Sistema di Gestione della Qualità, per essere efficace, deve essere realizzato affinché porti i risultati attesi dall'organizzazione. Fissiamo pertanto per la realizzazione del modello, i seguenti obiettivi:

**$\Theta$  Obiettivi e/o % suo raggiungimento**

$\theta_1$  Soddisfazione Cliente

$\theta_2$  Performances

$\theta_3$  Economico

Da quanto sopra esposto risulta che gli obiettivi sono funzione dei capitoli della norma:

$$\Theta = f(S, \Delta, P, \Pi, M)$$

$$\Theta = f(S*peso, \Delta*peso, P*peso, \Pi*peso, M*peso) = f(S*6, \Delta*39, P*27, \Pi*12, M*16)$$

$$\text{con } \Theta = \sum_i \theta_i$$

ed anche funzione dei punti e sottopunti della norma:

$$\Theta = f(\sum_i \sigma_i, \sum_i \delta_i, \sum_i \rho_i, \sum_i \pi_i, \sum_i \mu_i)$$

$$\Theta = f(\sum_i \sigma_i * p_i, \sum_i \delta_i * p_i, \sum_i \rho_i * p_i, \sum_i \pi_i * p_i, \sum_i \mu_i * p_i)$$

Indichiamo con  $\eta = n^\circ$  di Non conformità rilevate dall'ente di certificazione e/o a seguito audit interno.

Allora avremmo anche

$$\theta = f(\eta), \text{ e } \theta_p = f(\eta * peso),$$

Quindi supponendo di avere

$$\sum_x \eta_x * peso_x = \bar{\Xi}_x$$

$$\sum_y \eta_y * peso_y = \Xi_y$$

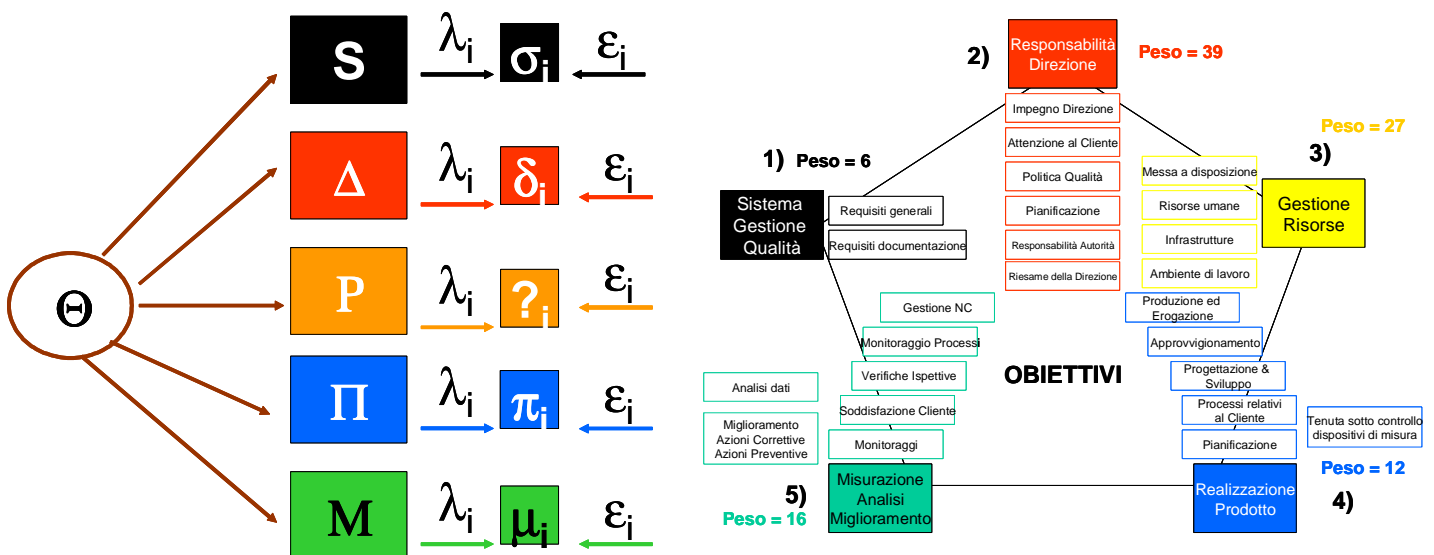
cioè sommiamo il n° di NC rilevate moltiplicate per il peso relativo del punto della norma, ottenendo così un valore unico di riferimento, ad esempio se abbiamo una NC per il punto 5.6, una per il punto 6.2 ed una per il punto 8.3, avremo un totale di 16.3.

Se  $\Xi_x > \Xi_y$ , quindi più NC nel caso x che nel caso y, allora deve risultare  $\Theta_x < \Theta_y$ , cioè un peggioramento delle performances aziendali.

Se consideriamo, ad esempio,  $\Delta$  come variabile latente possiamo scrivere che:

$$\delta_i = \lambda_i \Delta + \epsilon_i$$

con  $\delta$  la variabile manifesta,  $\Delta$  la variabile latente non osservabile, e  $\epsilon$  le variabili casuali. Possiamo poi espandere il tutto alla variabile obiettivo  $\Theta$ , come nel disegno seguente (per i simboli vedasi la tabella 1).



Allora possiamo enunciare il modello come:

*Stabilire un modello matematico/statistico che a seguito delle rilevazioni delle NC di un Sistema Qualità, fornisce un'indicazione sull'efficacia di raggiungimento degli obiettivi prefissati da parte dello stesso SQ.*

Per effettuare l'analisi del modello abbiamo utilizzato il software di analisi statistica Minitab®. Abbiamo simulato, in funzione di un livello di Satisfazione Globale, quale dovrebbe essere il comportamento dell'andamento della somma delle NC con il relativo peso:

$$\theta_p = f(\sum_x \eta_x * peso_x) = f(\sum_i \sigma_i * p_i + \sum_i \delta_i * p_i + \sum_i \rho_i * p_i + \sum_i \pi_i * p_i + \sum_i \mu_i * p_i)$$

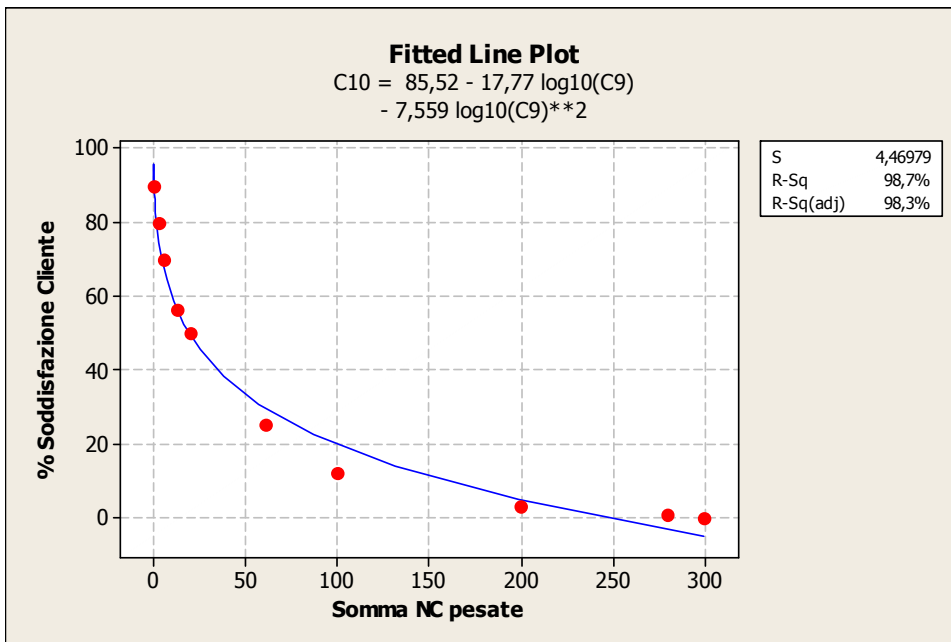


figura 5: grafico relativo alla curva di interpolazione del modello di analisi,

Per verificare la bontà del modello, abbiamo utilizzato i risultati delle verifiche ispettive fatte da un ente di certificazione presso una rete di dealer.

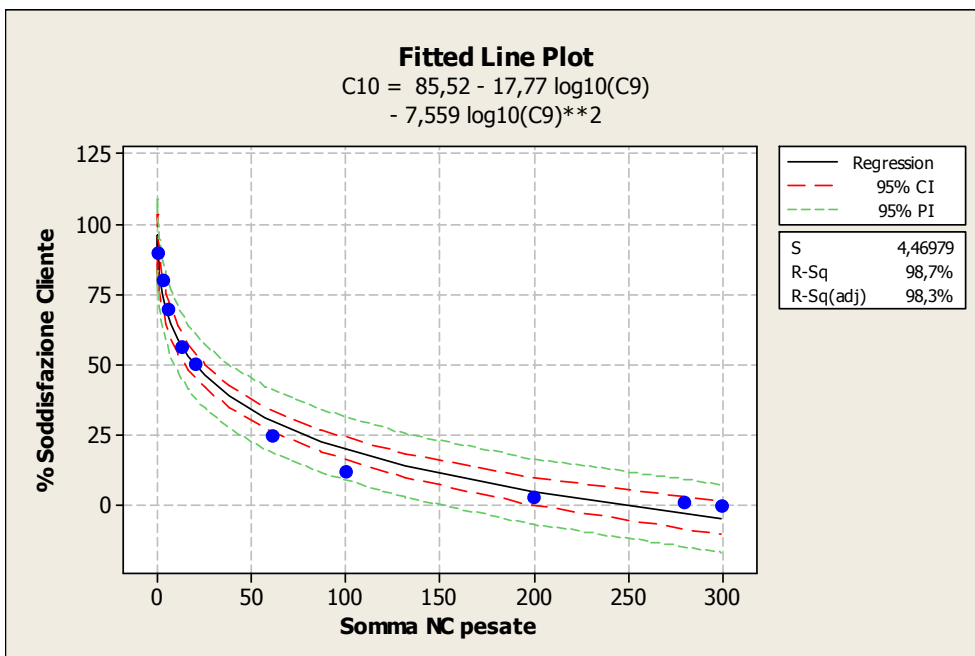


figura 6: grafico relativo alla curva di interpolazione del modello di analisi con gli intervalli di confidenza: CI intervallo di confidenza e PI intervallo di predizione

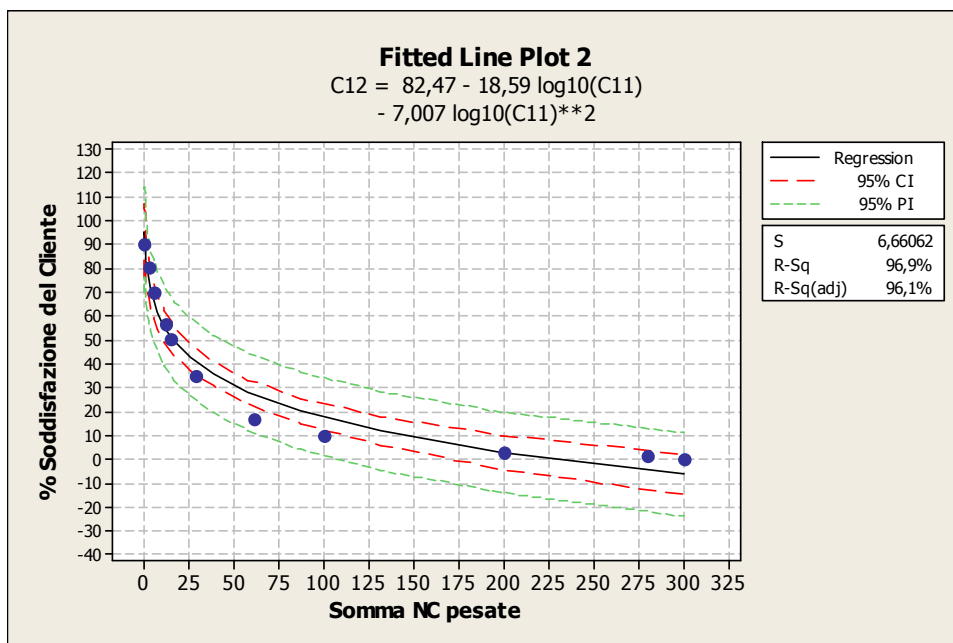


figura 7: grafico relativo alla curva di interpolazione del modello con una leggera variazione delle variabili,

Abbiamo simulato una leggera variazione delle variabili ottenendo il grafico di figura 7. Come si può notare i grafici di figura 6 e 7 non si discostano molto, ma rappresentano lo stesso andamento.

Possiamo effettuare altre prove sostituendo al risultato della Soddisfazione del Cliente un indicatore di performances che tiene conto, ad esempio, della redditività e normalizzandolo per avere uniformità di scala, oppure al % di raggiungimento di un obiettivo prefissato. Anche in questo caso l'andamento è lo stesso.

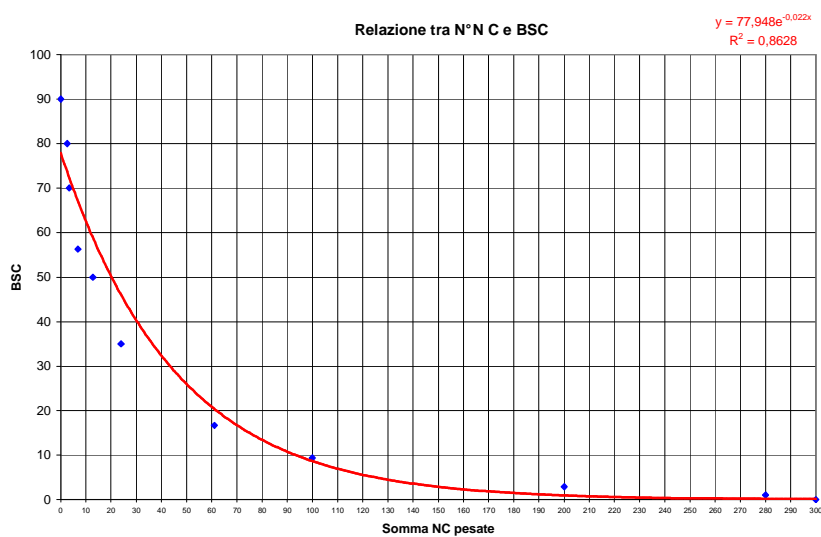


figura 8: grafico relativo alla curva di interpolazione del modello rispetto ad indicatori di performances,

Abbiamo poi considerato vari casi, per raffinare la simulazione, entità che avevano una NC relativa solo ad un capitolo della norma: NC solo del capitolo 4, NC solo del capitolo 5, NC solo del capitolo 6, NC solo del capitolo 7 e NC solo del capitolo 8. L'andamento risulta uguale.

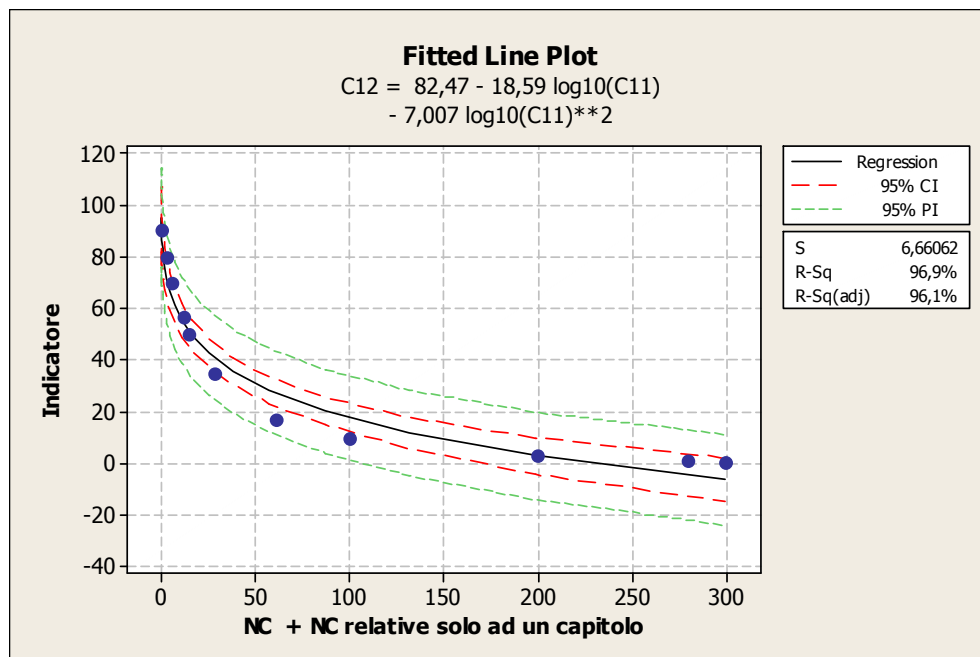


figura 9: grafico relativo alla curva di interpolazione del modello considerando anche NC relative solo ai capitoli della norma,

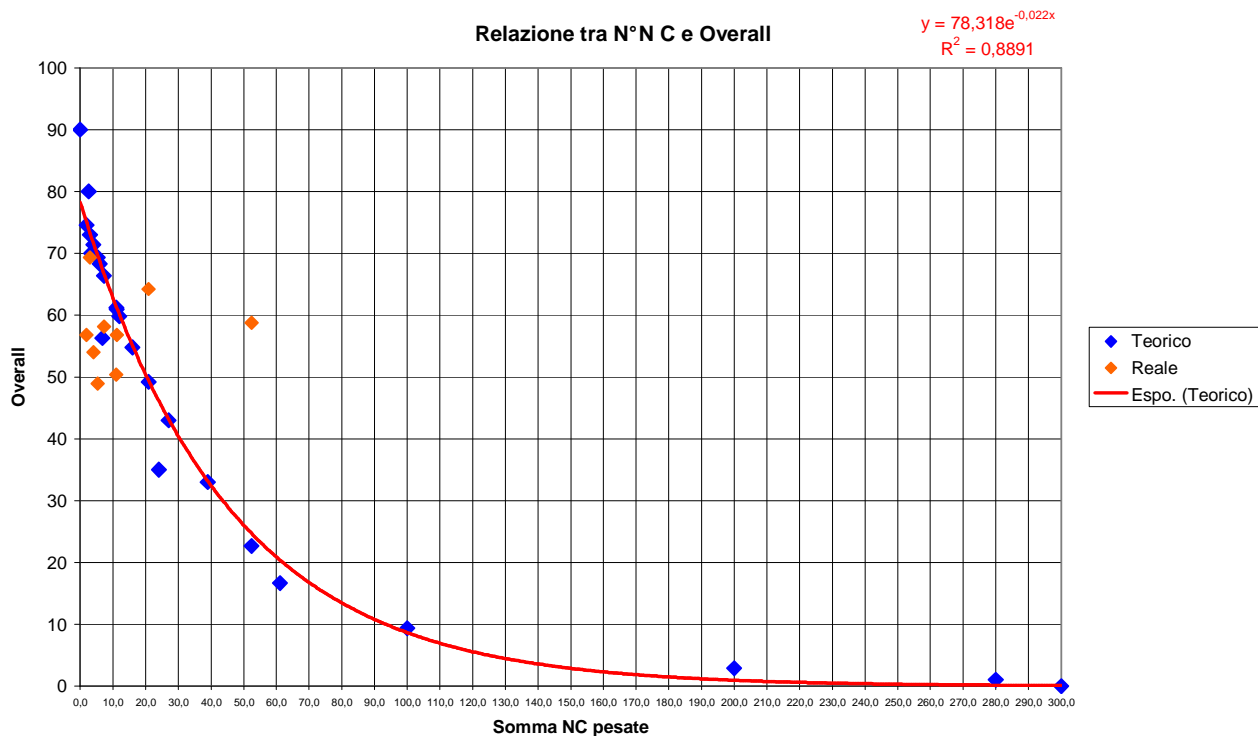


figura 10: grafico relativo alla curva di interpolazione del modello considerando i dati teorici e dei casi reali.



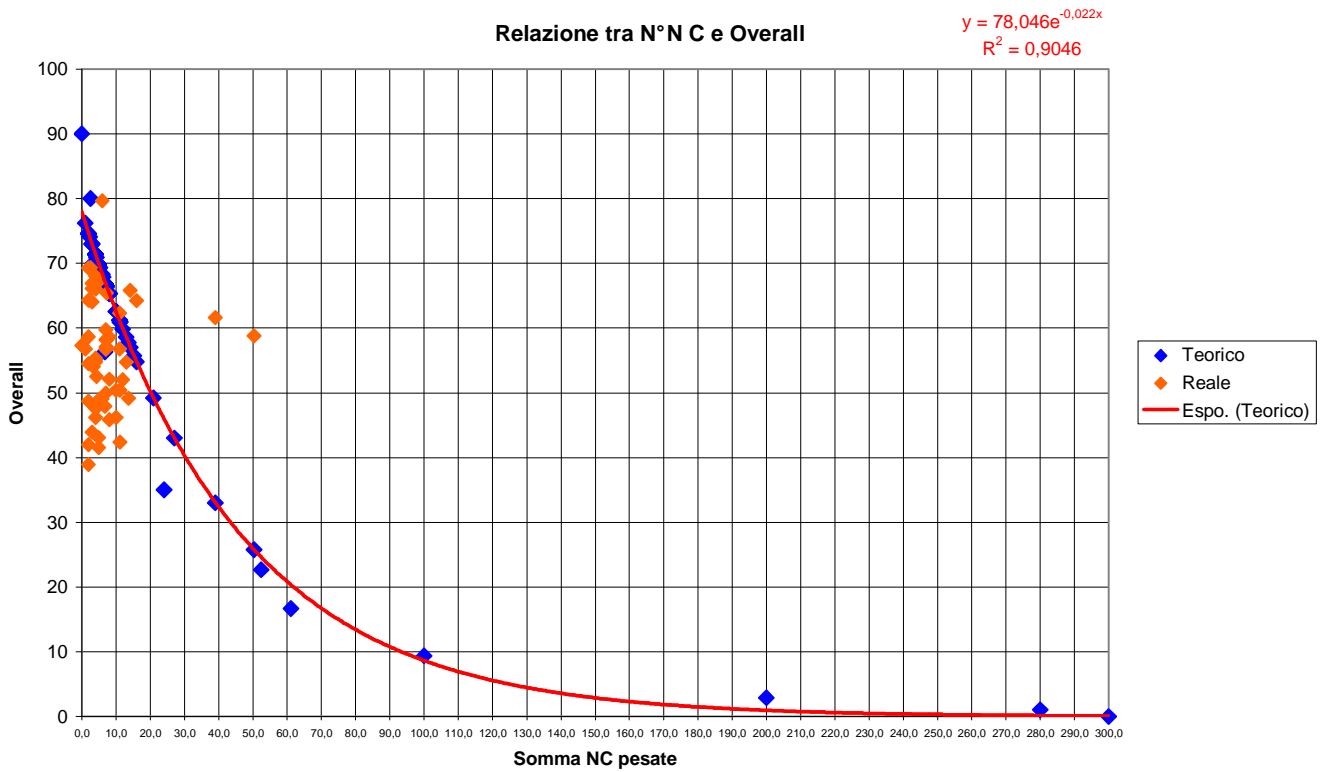


figura 11: grafico relativo al modello considerando i dati teorici e altri casi reali.

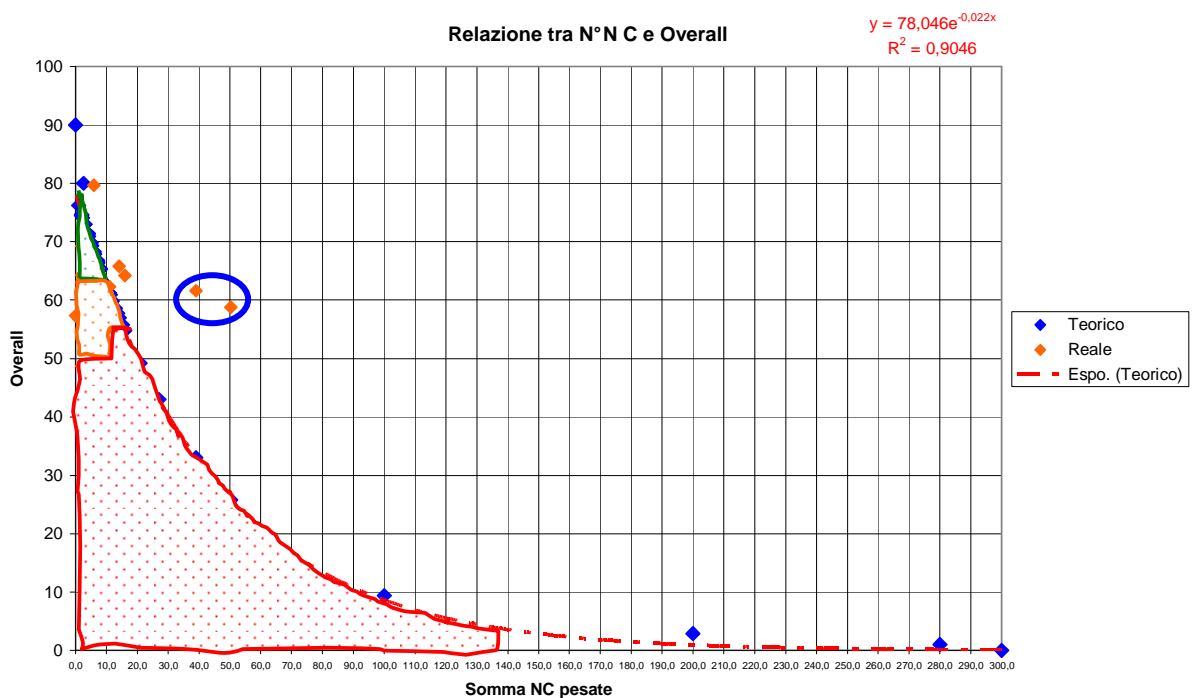


figura 12: l'area in verde è da considerare come la zona di efficacia del Sistema Qualità, quella in giallo l'area critica e quella rossa la zona di non efficacia.

Dal grafico di figura 10, 11 e 12, si nota come la curva d'interpolazione crei una border-line massima per la distribuzione dei risultati. Tale modello segue una curva esponenziale come in figura e questa è la posizione massima accettabile per i dati rilevati.

Se i dati correlati giacciono tutti sotto la curva di riferimento (che può leggermente variare da campione a campione) possiamo confidentemente affermare che il Sistema Qualità rispecchia l'andamento dell'organizzazione (risulta conforme al modello) e che quindi, a sistema ben implementato, corrisponde il raggiungimento degli obiettivi prefissati e viceversa. Nel grafico sopra i punti cerchiati in blu indicano quelle organizzazioni che raggiungono gli obiettivi prefissati ma che hanno un alto valore per le NC, indice di organizzazioni per i quali il Sistema Qualità è finto o solo cartaceo scollegato alla realtà aziendale non portando alcun miglioramento organizzativo.

La curva limite risulta essere una esponenziale del tipo:

$$y = c_1 e^{-c_2 x}$$

con  $y$  i risultati degli indicatori e  $x$  i pesi dei punti della norma.  $c_1$  e  $c_2$  risultano i coefficienti relativi alla serie campionata:  $c_1$  compreso tra 77 e 79 e  $c_2$  circa 0.22.

Cioè con  $c_1, c_2 > 0$  parametri incogniti da stimare, in base alle osservazioni di  $y_h$ , ad esempio secondo il principio dei minimi quadrati:

$$c_1 = 'c_1, c_2 = 'c_2 : \min \sum_h (y_h - c_1 \exp(-c_2 z_h))^2 = \sum_h (y_h - 'c_1 \exp(-'c_2 z_h))^2,$$

eguagliando a zero le derivate parziali rispetto a  $c_1$  e  $c_2$  della funzione da minimizzare e risolvendo il sistema non lineare ottenuto.

O per facilità di calcolo possiamo svilupparla in serie ( $e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^5}{5!}$ ) con i relativi coefficienti  $c_1$  e  $c_2$ .

Per stabilire meglio cosa si intenda per border line, si supponga di avere ottenuto delle stime  $c'_1, c'_2$ , che possono ritenersi sufficientemente accurate, dei parametri del modello esponenziale; (cioè, per ottenere dette stime, bisogna avere utilizzato un campione, "rappresentativo della popolazione di aziende sottoposte a verifica, che si intende idealizzare nel modello", sufficientemente numeroso e di avere potuto approfondire, dal punto di vista statistico metodologico, che tali stime hanno una varianza trascurabile). Si supponga, inoltre, che parimenti si sia ottenuta una "buona stima" della varianza  $\sigma^2$  degli errori accidentali, diciamo ' $\sigma^2$ ' e che gli errori seguano una distribuzione normale.

Fatte le precedenti assunzioni, si consideri una nuova azienda che sia stata sottoposta a verifica e questa azienda sia in corrispondenza caratterizzata dal valore  $z_h$  della variabile esplicativa  $z$ , che, sintetizza il grado di non conformità alla Norma del corrispondente Sistema per la Qualità: si considererà il modello del Sistema per la Qualità di tale azienda, valutato in riferimento all'indicatore  $y$ , che risulta non in contrasto con il modello esponenziale ipotizzato, solo se il corrispondente valore osservato  $y$  per la nuova azienda è tale che

$$y > 'c_1 \exp(-'c_2 z_h) - 2 \cdot \sigma,$$

affermazione che ha probabilità  $P \cong 0,98$  di essere vera, se il modello è effettivamente valido. L'espressione al secondo membro nella precedente diseuguaglianza potrebbe assumersi come una definizione esplicita di border line.

Si tratta, con le precedenti assunzioni e convenzioni, della linea di frontiera inferiore di una regione di confidenza delle possibili manifestazioni dell'indicatore  $y$ , condizionatamente al valore osservato

z: si considererebbe, in effetti, la minima posizione accettabile per l'indicatore globale, se il modello interpretativo è valido.

Possiamo inoltre calcolare l'integrale dell'area sottesa dalla curva.

$$A_{\text{eff}} = \int c_1 e^{-c_2 x} dx \text{ con}$$

$$y > 65 \text{ e } 0 \leq x \leq 10$$



la zona di efficacia verde, il valor medio delle NC pesate è pari a 4.35,

$$65 \leq y < 50 \text{ più } 0 \leq x \leq 10$$

$$50 \leq y < 55 \text{ più } 10 < x \leq 20$$



la zona critica gialla,

$$0 \leq y < 50 \text{ più } 0 \leq x \leq 10$$

$$50 \leq y < 55 \text{ e } 10 < x \leq 130$$



la zona di non efficacia e/o non applicazione.

### Conclusioni

Abbiamo cercato di realizzare un modello di analisi matematico-statistico per verificare l'efficacia di un Sistema Qualità al raggiungimento degli obiettivi prefissati, come esplicitamente richiesto dalla norma UNI EN ISO 9001:2000 (§ 4.1).

Il modello realizzato crea un'area di validità al di sotto della quale possiamo identificare se il Sistema Qualità risulta ben implementato ed efficace. Il modello è stato creato assegnando un peso ad ogni capitolo e punto della norma ISO 9001:2000 e confrontato con i risultati ottenuti di alcuni indicatori (ad esempio la Soddisfazione Cliente e i risultati di business).

I coefficienti  $c_1$  e  $c_2$  all'esponenziale possono leggermente variare in funzione della serie campionata, ma l'andamento risulta lo stesso.